

# アスファルト舗装道路の輪荷重による舗装体内の 応力に関する研究

斎藤 総一郎\*

## A Study on Internal Stress in Asphalt Pavement by Wheel Load

By Soichiro Saito\*

**Synopsis:** Internal stress in asphalt pavement which is caused by running cars (or trucks) is calculated by the elastic formula. We estimate the maximum shearing stress caused by wheel load since most pavement materials are granular materials. Since it is necessary that pavement materials are tough enough for the maximum shearing stress, we measured some properties related to shearing stress such as the angle of internal friction and the cohesion experimentally, from which we can design the pavement structure with use of the given materials. We have shown that the maximum shearing stress approach is a good method of the pavement design or an evaluation of asphalt pavement.

**要旨：**アスファルト舗装面上を走行する自動車（大型車両）によって舗装体の内部に生ずる内部応力を、弾性理論式により算出した。舗装体の構成材料は主として粒状材料であるから、最大せん断応力に耐えることが必要条件であるので、特に最大せん断応力を求めた。構成材料は、その内部摩擦角や粘着力等のせん断特性は実験で求めることになるが、理論計算上の最大せん断応力に耐え得る強度を有しなければならない。即ち、この条件を満足する舗装材料を用いて舗装構造を設計する方法も可能であるから、アスファルト舗装道路の設計法、または現況舗装道路構造の評価方法の一手法として、ここに提案する計算法を利用する方法を述べる。

### 1. ま え が き

アスファルト舗装道路の破損原因は、路面の沈下による表層の亀裂発生や、夏期におけるアスファルトの軟化による流動現象、その他施工管理上の問題など、多くの要因が挙げられている。しかし舗装構造体を構造力学的に解明する基本的事項が必要である。即ち輪荷重によって生ずる舗装体の内部応力を検討しなければならない。舗装体は大別して、上部の表層部と中間路盤部及び下部の路床部と、それぞれ材質の異なる多層構造である。そのため地盤力学で内部応力を正確に解明する事は困難とされ、現在では理論的に取り扱ってはいない。

本文は、過去の文献や、多くの土質工学、道路工学などの参考図書に記載されている弾性地盤力学を参照し

て、半無限弾性体表面に2つの長方形等分布荷重が作用したときに、内部に生ずる応力を計算したものである。即ち大型車の後輪部の複輪荷重を想定して、舗装体を完全弾性体と仮定して理論式を作成する事により、その内部に生ずる最大せん断応力を算出した。

### 2. 理論計算上の仮定

アスファルト舗装体内の応力計算式を導くに当たって仮定した諸条件を次に示す。

- (1) アスファルト舗装体は、半無限の均質等方性の完全弾性体である。
- (2) 輪荷重は等分布の長方形載荷とし、複輪タイヤの時は2つの長方形等分布荷重とする。
- (3) 舗装体のポアソン比は、路盤や路床のポアソン比が0.45～0.5であるから、0.5を用いる。
- (4) 舗装体内の材料の自重を無視する。

\*工学部土木科 教授 技術士

Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Professor. Authorized Consulting Engineer.

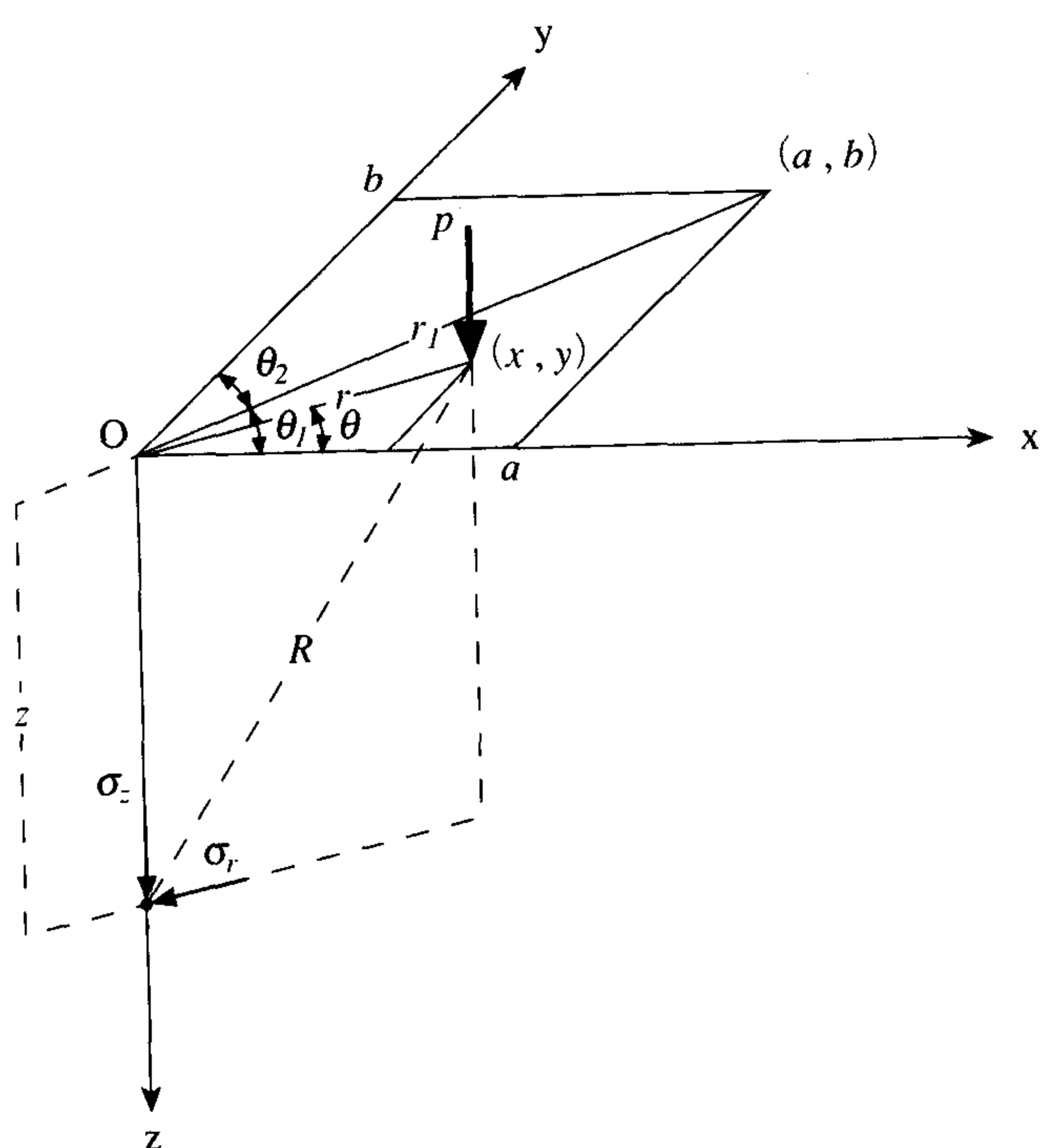


図1 表面に作用する長方形 (a, b) の等分布荷重

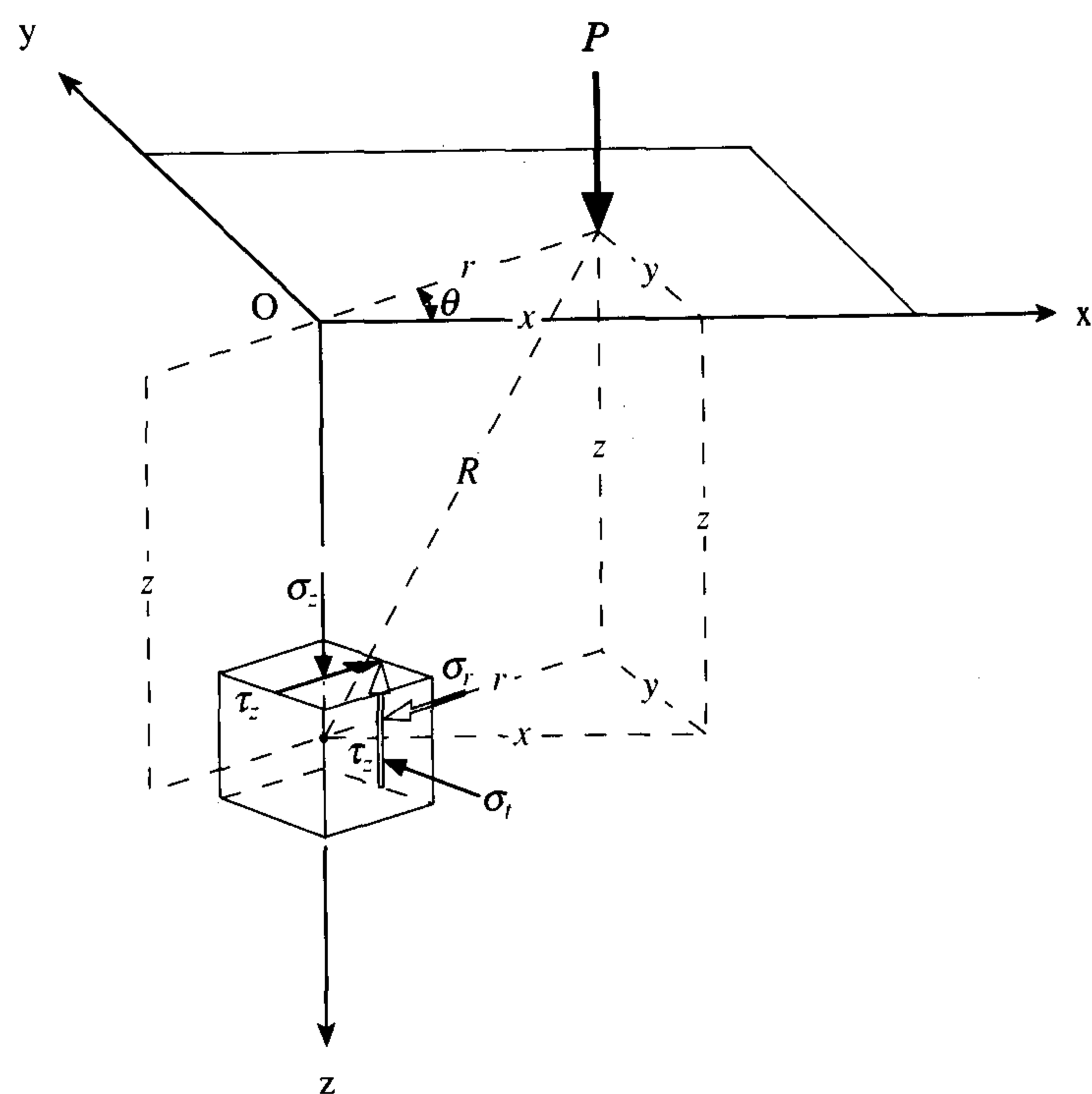


図2 ブーシネスク式の座標による応力表示

### 3. 長方形等分布荷重の載荷による内部圧縮応力 $\sigma_z$

図1に示すような辺長  $a, b$  の地表面上の長方形に、等分布荷重  $p$  が作用したとき、長方形の隅角部（原点）下  $z$  の深さに生ずる圧縮応力  $\sigma_z$  は(1)式で示される<sup>1)</sup>。

$$\sigma_z = \frac{3pz^3}{2\pi} \int_0^a \int_0^b (x^2 + y^2 + z^2)^{-5/2} dx dy \quad (1)$$

(1)式を積分すると次式となる。

$$\sigma_z = \frac{p}{2\pi} \left[ \frac{abz(a^2 + b^2 + 2z^2)}{(a^2 + z^2)(b^2 + z^2)(a^2 + b^2 + z^2)^{1/2}} + \sin^{-1} \frac{ab}{(a^2 + z^2)^{1/2}(b^2 + z^2)^{1/2}} \right] \quad (2)$$

即ち(2)式は(3)式に示す集中荷重を対象としたブーシネスクの式<sup>2)</sup>を重積分した結果であり、シュタインブレナー (1936) とニューマーク (1935) が導いたものである。(図2 参照)

$$\sigma_z = \frac{3Pz^3}{2\pi R^5} \quad (3)$$

ただし、 $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$  であり、 $P$  は集中荷重である。

### 4. 長方形等分布荷重の載荷による内部横方向応力 $\sigma_r$

集中荷重  $P$  が作用するときの  $z$  軸上の横方向応力  $\sigma_r$  は、ブーシネスクにより、(4)式で示される。

$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi R^2} \left\{ \frac{3zr^2}{R^3} - (1-2\nu) \frac{R}{R+z} \right\} \quad (4)$$

(4)式の  $\nu$  はポアソン比を示し、 $\nu=0.5$  と仮定すると(4)式は次の(5)式となる。

$$\sigma_r = \frac{3Pzr^2}{2\pi R^5} \quad (5)$$

ただし  $r^2 = x^2 + y^2$  である。

等分布荷重  $p$  が作用するときの横応力  $\sigma_r$  は、図1に示す長方形 ( $a, b$ ) の対角線方向長  $r$  の  $x$  軸との角度を  $\theta$  とすると、(5)式を参照して、(6)式を積分することにより算出される。

$$\sigma_r = \frac{3pz}{2\pi} \int_0^a \int_0^b \frac{r^2}{(r^2 + z^2)^{5/2}} dx dy \quad (6)$$

(6)式を計算する方法として、長方形 ( $a, b$ ) の  $1/2$  の三角形部分に等分布荷重  $p$  を載荷する場合の  $z$  軸上の横応力  $\sigma_r$  を求めると、次式のようなになる。

$$\begin{aligned} \sigma'_r &= \frac{3pz}{2\pi} \int_0^{r_1} \int_0^{\theta_1} \frac{r^3}{(r^2 + z^2)^{5/2}} d\theta dr \\ &= \frac{3pz}{2\pi} \int_0^{r_1} \int_0^{\theta_1} \left\{ \frac{r}{(r^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{rz^2}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \right\} d\theta dr \\ &= \frac{3pz}{2\pi} \int_0^{\theta_1} \left[ -\frac{1}{(r^2 + z^2)^{1/2}} + \frac{z^2}{3} \frac{1}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \right]_{r=0}^{r_1} d\theta \\ &= \frac{3pz}{2\pi} \int_0^{\theta_1} \left( -\frac{1}{\left( \frac{a^2}{\cos^2 \theta} + z^2 \right)^{1/2}} \right. \end{aligned}$$

$$+\frac{z^2}{3} \left( \frac{1}{\left( \frac{a^2}{\cos^2 \theta} + z^2 \right)^{3/2}} + \frac{2}{3z} \right) d\theta \quad (7)$$

ただし、図2から

$$r_1 = \frac{a}{\cos \theta}$$

である。(7)式の積分項の第1項を  $I_A$  と置くと

$$\begin{aligned} I_A &= - \int_0^{\theta_1} \left( \frac{a^2}{\cos^2 \theta} + z^2 \right)^{-1/2} d\theta \\ &= - \int_0^{\theta_1} (a^2 + z^2 - z^2 \sin^2 \theta)^{-1/2} \cos \theta d\theta \\ &= - \frac{1}{(a^2 + z^2)^{1/2}} \int_0^{\sin \theta_1} \left( 1 - \frac{z^2}{a^2 + z^2} \mu^2 \right)^{-1/2} d\mu \\ &= - \frac{1}{z} \int_0^K (1 - t^2)^{-1/2} dt \\ &= - \frac{1}{z} [\sin^{-1} t]_0^K \\ &= - \frac{1}{z} \sin^{-1} \left\{ \frac{bz}{(a^2 + z^2)^{1/2} (a^2 + b^2)^{1/2}} \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

ただし、

$$\sin \theta_1 = \frac{b}{(a^2 + b^2)^{1/2}}$$

および

$$K = \frac{bz}{(a^2 + z^2)^{1/2} (a^2 + b^2)^{1/2}} \text{ である。}$$

次に、(7)式の第2項を  $I_B$  と置くと(9)式が得られる。

$$\begin{aligned} I_B &= \frac{z^2}{3} \int_0^{\theta_1} \left( \frac{a^2}{\cos^2 \theta} + z^2 \right)^{-3/2} d\theta \\ &= \frac{z^2}{3} \int_0^{\theta_1} \frac{\cos^3 \theta}{(a^2 + z^2 \cos^2 \theta)^{3/2}} d\theta \\ &= \frac{z^2}{3} \int_0^{\theta_1} [(a^2 + z^2 - z^2 \sin^2 \theta)^{-3/2} \cos \theta \\ &\quad - (a^2 + z^2 - z^2 \sin^2 \theta)^{-3/2} \cos \theta \sin^2 \theta] d\theta \\ &= \frac{z^2}{3(a^2 + z^2)^{3/2}} \int_0^{\sin \theta_1} \left( 1 - \frac{z^2}{a^2 + z^2} \mu^2 \right)^{-3/2} d\mu \\ &\quad - \frac{1}{3z} \int_0^{\sin \theta_1} \mu^2 \left( \frac{a^2 + z^2}{z^2} - \mu^2 \right)^{-3/2} d\mu \\ &= \frac{z}{3(a^2 + z^2)} \int_0^K (1 - t^2)^{-3/2} dt \\ &\quad - \frac{1}{3z} \left[ \mu \left( \frac{a^2 + z^2}{z^2} - \mu^2 \right)^{-1/2} \right. \\ &\quad \left. - \sin^{-1} \left\{ \frac{z\mu}{(a^2 + z^2)^{1/2}} \right\} \right]_0^{\sin \theta_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{z}{3(a^2 + z^2)} [t(1 - t^2)^{-1/2}]_0^K \\ &\quad - \frac{b}{3(a^2 + z^2)(a^2 + b^2 + z^2)^{1/2}} \\ &\quad + \frac{1}{3z} \sin^{-1} \left\{ \frac{bz}{(a^2 + b^2)^{1/2} (a^2 + z^2)^{1/2}} \right\} \\ &= \frac{-ab}{3(a^2 + z^2)(a^2 + b^2 + z^2)^{1/2}} \\ &\quad + \frac{1}{3z} \sin^{-1} \left\{ \frac{bz}{(a^2 + b^2)^{1/2} (a^2 + z^2)^{1/2}} \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

次に、(7)式の第3項を  $I_C$  と置くと(10)式が得られる。

$$I_C = \frac{2}{3z} \int_0^{\theta_1} d\theta = \frac{2}{3z} \tan^{-1} \left( \frac{b}{a} \right) \quad (10)$$

従って、長方形  $(a, b)$  の  $1/2$  の三角形部分に等分布載荷したときの、 $z$  軸上の横応力  $\sigma'_r$  は、(8)~(10)式を合計して、(11)式で示される。

$$\begin{aligned} \sigma'_r &= \frac{p}{\pi} \left[ \tan^{-1} \left( \frac{b}{a} \right) - \frac{abz}{2(a^2 + z^2)(a^2 + b^2 + z^2)^{1/2}} \right. \\ &\quad \left. - \sin^{-1} \left\{ \frac{bz}{(a^2 + b^2)^{1/2} (a^2 + z^2)^{1/2}} \right\} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

(11)式に  $a, b, z$  の数値を代入して、横応力  $\sigma'_r$  を算出する。次に(11)式中の  $a$  と  $b$  を入れ替えて、残りの三角形等分布載荷時の横応力  $\sigma''_r$  を算出する。よって長方形の場合の横応力  $\sigma_r$  は、次式で求められる。

$$\sigma_r = \sigma'_r + \sigma''_r \quad (12)$$

図2に示す横応力  $\sigma_t$  は、ブーシネスク式で次の通りである。

$$\sigma_t = \frac{(1 - 2\nu)P}{2\pi R^2} \left( \frac{R}{R + z} - \frac{z}{R} \right) \quad (13)$$

上記のポアソン比  $\nu$  を0.5と仮定すると、 $\sigma_t = 0$  となる。

## 5. 長方形等分布荷重の載荷による内部せん断応力 $\tau_z$

$z$  軸上のせん断応力  $\tau_z$  も、集中荷重  $P$  を対象とするブーシネスクの次式より計算する<sup>2)</sup>。

$$\tau_z = \frac{3Pz^2 r}{2\pi R^5} \quad (14)$$

(6)式の積分と同様にして、 $\tau_z$  を次の通りに計算する。

$$\tau_z = \frac{3pz^2}{2\pi} \int_0^a \int_0^b (x^2 + y^2)^{1/2} (x^2 + y^2 + z^2)^{-5/2} dx dy \quad (15)$$

長方形  $(a, b)$  の  $0 < \theta < \theta_1$  部分の三角形等分布載荷に対して、 $z$  軸上のせん断応力  $\tau'_z$  を求める。(図1参照)

$$\begin{aligned}
\tau'_z &= \frac{3pz^2}{2\pi} \int_0^{r_1} \int_0^{\theta_1} \frac{r^2}{(r^2+z^2)^{5/2}} dr d\theta \\
&= \frac{p}{2\pi} \int_0^{\theta_1} \left[ \frac{r^3}{(r^2+z^2)^{3/2}} \right]_0^{a/\cos\theta_1} d\theta \\
&= \frac{1}{3z^2} \int_0^{\theta_1} \left( 1 + \frac{z^2}{a^2} \cos^2 \theta \right)^{-3/2} d\theta \\
&= \frac{p}{2\pi} \int_0^{\theta_1} \left( 1 + \frac{z^2}{a^2} - \frac{z^2}{a^2} \sin^2 \theta \right)^{-3/2} d\theta \\
&= \frac{p}{2\pi} \frac{1}{\left( 1 + \frac{z^2}{a^2} \right)^{3/2}} \int_0^{\theta_1} \left( 1 - \frac{\frac{z^2}{a^2} \sin^2 \theta}{1 + \frac{z^2}{a^2}} \right)^{-3/2} d\theta \\
&= \frac{p}{2\pi} \frac{1}{(1+k^2)^{1/2}} \left[ E(\theta_1, K) - \frac{K^2 \sin 2\theta_1}{2(1-K^2 \sin^2 \theta_1)^{1/2}} \right] \\
&= \frac{pa}{2\pi (a^2+z^2)^{1/2}} \left[ E \left\{ \tan^{-1} \left( \frac{b}{a} \right) \cdot \frac{z}{(a^2+z^2)^{1/2}} \right\} \right. \\
&\quad \left. - K_2 \right] \tag{16}
\end{aligned}$$

表1 A点のz軸上の応力計算表

(1) 深さ z(cm)	(2) 圧縮応力 $\sigma_z$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	(3) 横応力 $\sigma_r$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	(4) せん断応力 $\tau_z$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	(5) 最大せん断応力 $\tau_{\max}$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	(6) 最大せん断応力の時の圧縮応力 $\sigma$ (kgf/cm <sup>2</sup> )
0	10.00	0.00	0.00	5.00	5.00
2	9.96	0.16	0.02	4.90	5.06
4	9.71	0.31	0.04	4.70	5.01
6	9.18	0.44	0.09	4.39	4.83
8	8.44	0.55	0.15	3.95	4.50
10	7.62	0.60	0.21	3.52	4.11
12	6.72	0.67	0.27	3.04	3.70
14	6.04	0.69	0.32	2.69	3.37
16	5.36	0.69	0.37	2.34	3.02
18	4.79	0.67	0.40	2.10	2.73
20	4.26	0.64	0.42	1.86	2.45
30	2.64	0.44	0.43	1.18	1.54
40	1.81	0.27	0.35	0.85	1.04
50	1.33	0.16	0.27	0.64	0.75
60	1.01	0.10	0.19	0.49	0.56
70	0.79	0.07	0.15	0.39	0.43
80	0.64	0.04	0.11	0.32	0.34
90	0.52	0.03	0.09	0.26	0.27
100	0.43	0.01	0.07	0.22	0.22
120	0.31	0.00	0.04	0.16	0.16
140	0.24	0.00	0.03	0.12	0.12
160	0.18	0.00	0.02	0.09	0.09
180	0.15	0.00	0.02	0.08	0.08
200	0.12	0.00	0.01	0.06	0.06
300	0.05	0.00	0.00	0.03	0.03

ただし,

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{b}{a} \right), \sin 2\theta_1 = \frac{2ab}{a^2 + b^2}, K^2 = \frac{z^2}{a^2 + z^2}$$

および

$$K_2 = \frac{bz^2}{(a^2 + b^2 + z^2)^{1/2} (a^2 + b^2)^{1/2} (a^2 + z^2)^{1/2}}$$

であり,  $E(\theta, K)$  は第2種楕円積分を示す<sup>3)</sup>。ところで, 第2種楕円積分は次のように計算される<sup>4)</sup>。

$$E(\theta_1, K) = \frac{2}{\pi} \theta_1 E + \sin \theta_1 \cos \theta_1 \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot K^2 \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2 \times 4} K^4 A_4 + \frac{1 \times 3}{2 \times 4 \times 6} K^6 A_6 \cdots \right] \quad (17)$$

ただし, (17) 式の右辺の  $E, A_4$  および  $A_6$  は次の式で示される。

$$E = \frac{\pi}{2} \left[ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^2 K^2 - \left( \frac{1 \times 3}{2 \times 4} \right)^2 \frac{K^4}{3} - \left( \frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 4 \times 6} \right)^2 \frac{K^6}{5} \cdots \right]$$

$$A_4 = \frac{1}{4} \sin^2 \theta + \frac{3}{2 \times 4},$$

表2 B点のz軸上の応力計算表

(1) 深さ z(cm)	(2) 圧縮応力 $\sigma_z$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	(3) 横応力 $\sigma_r$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	(4) せん断応力 $\tau_z$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	(5) 最大せん断応力 $\tau_{\max}$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	(6) 最大せん断応力の時の圧縮応力 $\sigma$ (kgf/cm <sup>2</sup> )
0	2.50	5.00	2.50	2.80	3.75
2	2.49	4.46	2.47	2.66	3.47
4	2.49	3.94	2.41	2.52	3.21
6	2.47	3.45	2.31	2.36	2.96
8	2.43	3.01	2.20	2.22	2.72
10	2.38	2.62	2.06	2.06	2.50
12	2.31	2.27	1.92	1.92	2.29
14	2.24	1.98	1.77	1.77	2.11
16	2.15	1.73	1.63	1.64	1.94
18	2.06	1.51	1.50	1.53	1.79
20	1.97	1.32	1.38	1.42	1.65
30	1.54	0.73	0.91	1.00	1.13
40	1.21	0.44	0.63	0.74	0.83
50	0.97	0.27	0.45	0.57	0.62
60	0.78	0.17	0.32	0.44	0.47
70	0.65	0.12	0.24	0.36	0.39
80	0.54	0.08	0.18	0.30	0.31
90	0.45	0.05	0.14	0.24	0.25
100	0.39	0.04	0.11	0.21	0.22
120	0.29	0.02	0.07	0.15	0.16
140	0.22	0.01	0.05	0.12	0.12
160	0.17	0.01	0.03	0.09	0.09
180	0.14	0.005	0.02	0.07	0.07
200	0.12	0.003	0.02	0.06	0.06
300	0.05	0.001	0.01	0.02	0.03

$$A_6 = \frac{1}{6} \sin^4 \theta + \frac{5}{6 \times 4} \sin^2 \theta + \frac{5 \times 3}{6 \times 4 \times 2}$$

よって,  $a, b, z$  の数値が示されると,  $E(\theta_1, K)$  の計算は可能となり, (16)式より  $\tau'_z$  を算出することができる。次に(16)式中の  $a$  と  $b$  を入れ替えて計算すると,  $\theta_1 \leq \theta \leq \pi/2$  部分の三角形等分布载荷に対して,  $z$  軸上のせん断応力  $\tau''_z$  を求めることができ, 長方形等分布荷重  $p$  の载荷による内部せん断応力  $\tau_z$  は次式で求められる。

$$\tau_z = \tau'_z + \tau''_z \quad (18)$$

## 6. 最大せん断応力 $\tau_{\max}$ の計算

(2)式より  $z$  軸上の圧縮応力  $\sigma_z$ , (12)式より横方向応力  $\sigma_r$ , さらに(16)式よりせん断応力  $\tau_z$  をそれぞれ算出して, その  $z$  軸上  $z$  cm の深さにおける最大せん断応力  $\tau_{\max}$ , 最大主応力  $\sigma_1$  および最小主応力  $\sigma_2$  は, (19)~(21)式で計算される。

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \{(\sigma_z - \sigma_r)^2 + 4\tau_z^2\}^{1/2} \quad (19)$$

表3 C点の  $z$  軸上の応力計算表

(1) 深さ $z$ (cm)	(2) 圧縮応力 $\sigma_z$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	(3) 横応力 $\sigma_r$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	(4) せん断応力 $\tau_z$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	(5) 最大せん断応力 $\tau_{\max}$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	(6) 最大せん断応力の時の圧縮応力 $\sigma$ (kgf/cm <sup>2</sup> )
0	5.00	9.70	4.85	5.39	7.35
2	4.99	8.09	4.75	5.00	6.54
4	4.94	6.60	4.48	4.56	5.77
6	4.81	5.30	4.09	4.10	5.06
8	4.61	4.24	3.65	3.65	4.42
10	4.36	3.39	3.21	3.25	3.88
12	4.07	2.73	2.80	2.88	3.40
14	3.78	2.22	2.43	2.55	3.00
16	3.49	1.83	2.12	2.27	2.66
18	3.21	1.52	1.85	2.03	2.37
20	2.96	1.28	1.62	1.82	2.12
30	2.00	0.65	0.93	1.15	1.33
40	1.44	0.37	0.60	0.80	0.90
50	1.10	0.23	0.41	0.60	0.67
60	0.86	0.15	0.30	0.46	0.51
70	0.69	0.10	0.22	0.37	0.40
80	0.57	0.07	0.17	0.31	0.33
90	0.47	0.05	0.13	0.25	0.26
100	0.40	0.03	0.10	0.21	0.22
120	0.29	0.02	0.07	0.15	0.16
140	0.22	0.01	0.04	0.11	0.12
160	0.18	0.01	0.03	0.09	0.10
180	0.14	0.004	0.02	0.07	0.07
200	0.12	0.003	0.02	0.06	0.06
300	0.05				

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_z + \sigma_r}{2} + \tau_{\max} \quad (20)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_z + \sigma_r}{2} - \tau_{\max} \quad (21)$$

なお、 $\tau_{\max}$ を生ずるときの圧縮応力 $\sigma$ は

$$\sigma = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) \quad (22)$$

である。

## 7. 粒状材料のせん断特性

土質工学において、三軸試験や直接一面せん断試験法により粒状材料のせん断特性として、せん断応力 $\tau$ は次式で示される。

$$\tau = \sigma \tan \theta + C \quad (23)$$

ただし、 $\sigma$ は圧縮応力、 $\theta$ は内部摩擦角であり、 $C$ は粘着力である。舗装体を構成する粒状材料の内部摩擦角 $\theta$ および粘着力 $C$ が各実験により求められれば、(23)式からその材料のせん断応力を示す値が得られる。

表4 D点のz軸上の応力計算表

(1) 深さ z(cm)	(2) 圧縮応力 $\sigma_z$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	(3) 横応力 $\sigma_r$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	(4) せん断応力 $\tau_z$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	(5) 最大せん断応力 $\tau_{\max}$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	(6) 最大せん断応力の時の圧縮応力 $\sigma$ (kgf/cm <sup>2</sup> )
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.07	1.29	0.22	0.65	0.68
4	0.39	2.09	0.66	1.08	1.24
6	0.87	2.406	1.06	1.31	1.64
8	1.34	2.411	1.32	1.42	1.88
10	1.72	2.27	1.45	1.48	2.00
12	2.00	2.05	1.49	1.49	2.03
14	2.19	1.82	1.47	1.48	2.00
16	2.31	1.60	1.42	1.46	1.96
18	2.36	1.39	1.34	1.43	1.88
20	2.38	1.20	1.25	1.38	1.79
30	2.10	0.576	0.81	1.12	1.34
40	1.68	0.285	0.51	0.86	0.98
50	1.29	0.150	0.32	0.65	0.72
60	1.01	0.085	0.21	0.51	0.55
70	0.80	0.051	0.15	0.40	0.43
80	0.64	0.032	0.10	0.32	0.34
90	0.53	0.021	0.08	0.27	0.28
100	0.44	0.014	0.06	0.22	0.23
120	0.32	0.004	0.03	0.16	0.16
140	0.24	0.002	0.02	0.12	0.12
160	0.18	0.002	0.01	0.09	0.09
180	0.15	0.001	0.01	0.08	0.08
200	0.12	0.000	0.006	0.06	0.06
300	0.05		0.001		



## 8. 舗装体のせん断抵抗の検討

理論式(22)式より求めた $\sigma$ を(23)式に代入すると、舗装体構成材料の $z$ 軸深さのせん断応力 $\tau$ が計算できる。その値を $\tau_x$ とする。次に(19)式より計算された $\tau_{\max}$ と $\tau_x$ を比較して、 $\tau_x > \tau_{\max}$ のときは、その粒状材料はせん断破壊を生じないことになる。即ち舗装体を構成する路盤や路床の材料について、あらかじめせん断特性を実験で求めておくことにより、 $z$ 軸深さにおける材料の適否を判定することが出来る。

## 9. 舗装体の内部応力の計算例

大型自動車の複輪タイヤの接地の型を図3に示す通り2つの長方形等分布（接地圧 $p=10 \text{ kgf/cm}^2$ ）として、A, B, C, D および O の各点の $z$ 軸方向の内部応力を計算し、その結果を表1～表5に示す。

接地の型や寸法は過去の研究<sup>5)</sup>に基づいて想定し、 $p=10 \text{ kgf/cm}^2$ は単位荷重的な扱いにできる。 $p=8 \text{ kgf/cm}^2$ のときは、計算結果の数値応力を0.8倍にすることにより得られる。

表5 O点の $z$ 軸上の応力計算表

(1) 深さ $z(\text{cm})$	(2) 圧縮応力 $\sigma_z(\text{kgf/cm}^2)$	(3) 横応力 $\sigma_r(\text{kgf/cm}^2)$	(4) せん断応力 $\tau_z(\text{kgf/cm}^2)$	(5) 最大せん断応力 $\tau_{\max}(\text{kgf/cm}^2)$	(6) 最大せん断応力の時の圧縮応力 $\sigma(\text{kgf/cm}^2)$
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.13	0.00	0.00	0.07	0.07
4	0.73	0.00	0.00	0.37	0.37
6	1.61	0.00	0.00	0.81	0.81
8	2.40	0.00	0.00	1.20	1.20
10	2.98	0.00	0.00	1.49	1.49
12	3.35	0.00	0.00	1.68	1.68
14	3.54	0.00	0.00	1.77	1.77
16	3.60	0.00	0.00	1.80	1.80
18	3.57	0.00	0.00	1.79	1.79
20	3.48	0.00	0.00	1.74	1.74
30	2.63	0.00	0.00	1.32	1.32
40	1.98	0.00	0.00	0.99	0.99
50	1.46	0.00	0.00	0.73	0.73
60	1.11	0.00	0.00	0.56	0.56
70	0.86	0.00	0.00	0.43	0.43
80	0.68	0.00	0.00	0.34	0.34
90	0.55	0.00	0.00	0.28	0.28
100	0.45	0.00	0.00	0.23	0.23
120	0.32	0.00	0.00	0.16	0.16
140	0.24	0.00	0.00	0.12	0.12
160	0.18	0.00	0.00	0.09	0.09
180	0.15	0.00	0.00	0.08	0.08
200	0.12	0.000	0.00	0.06	0.06
300	0.05			0.03	0.03



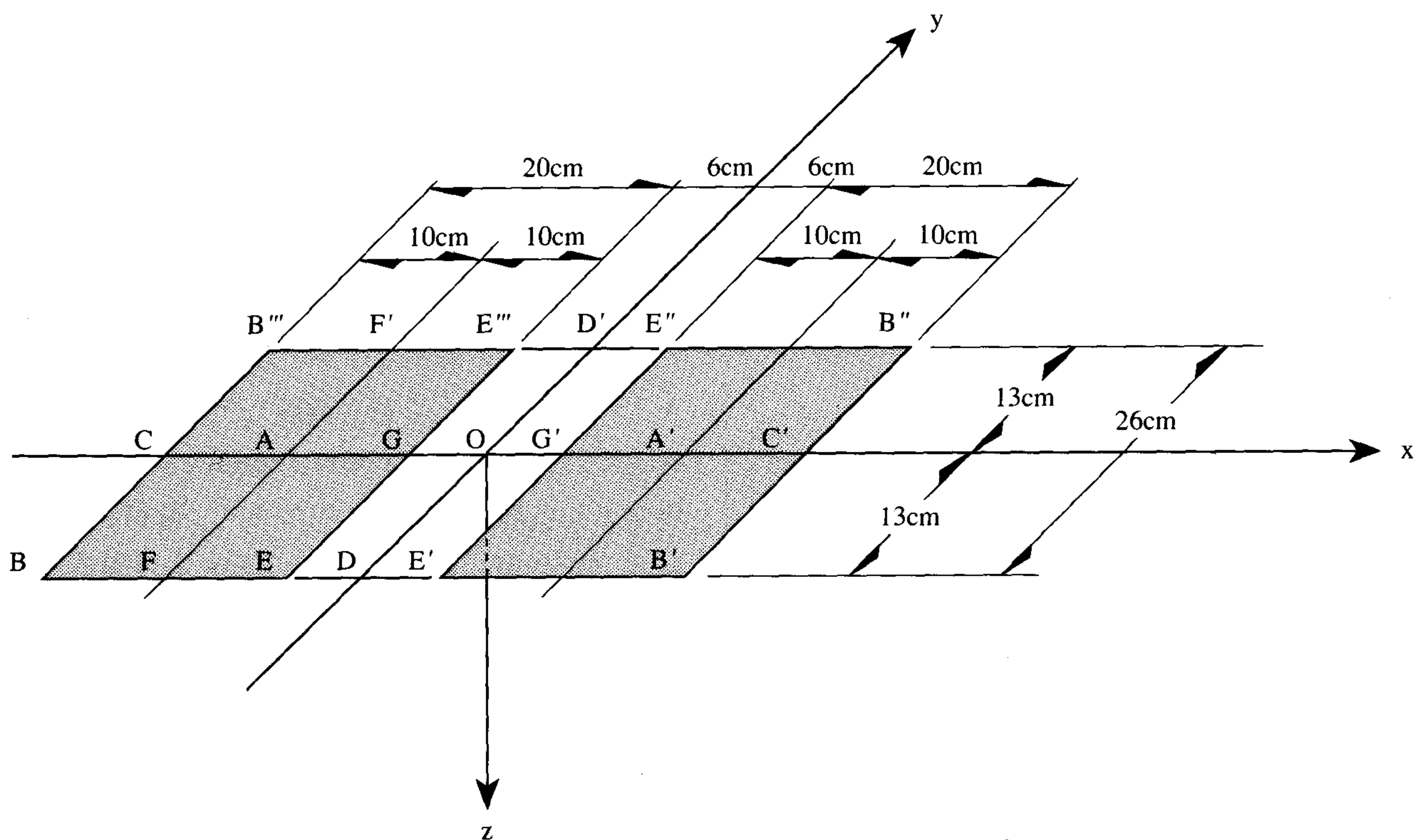


図3 大型複輪タイヤの接地図

## a) A点(タイヤ接地中心部)の計算法

$a=10\text{ cm}$ ,  $b=13\text{ cm}$  とし, 単輪接地面の  $1/4$  の等分布荷重に対する応力を算出し, 4倍する。その場合  $\sigma_x$  と  $\tau_z$  は応力方向を考慮して消去した。

次に  $\square$  (A, C', B'', F')  $\square$  (A, G', E'', F') の各等分布荷重の応力の差を求め2倍として, 他輪の接地による応力を加算した。但し横方向応力  $\sigma_x$  とせん断応力  $\tau_z$  は各々の応力の合成によるものとし, その応力方向は接地面の図心方向とした。

## b) B点(タイヤ接地隅角部)の計算法

$\square$  (B, B', B'', B''')  $\square$  (B, E', E'', B''')  $\square$  (B, E, E'', B''') の3区分の長方形等分布による応力を計算し,  $\sigma_x$  と  $\sigma_z$  の方向はO点のz軸方向とした。

## c) C点の計算法

$\square$  (C, C', B'', B''')  $\square$  (C, G', E'', B''')  $\square$  (C, G, E'', B''') の応力計算結果を2倍として  $\sigma_z$  とした。 $\sigma_x$  および  $\tau_z$  も同様である。応力方向はB'' および B' として合成応力を計算した。

## d) D点の計算法

$\square$  (D, B', B'', D')  $\square$  (D, E', E'', D') の2倍として  $\sigma_z$  を計算した。 $\sigma_x$  および  $\tau_z$  の同様である。応力方向はA および A' 点のz軸方向として合成応力を計算した。

## e) O点(複輪荷重の中心部)の計算法

$\square$  (O, C', B'', D')  $\square$  (O, G', E'', D') の応力計

算結果を4倍し,  $\sigma_z$  とした。 $\sigma_x$  および  $\tau_z$  は応力方向が互いに向きあうので, 消去した。

以上のことから,  $\tau_{\max}$  と  $\sigma$  の数値計算結果を図4に示す。また,  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  および  $\tau_z$  の計算結果を, 表1~表5に示す。

## 10. ま と め

図4に示す  $\tau_{\max}$  と  $\sigma$  の数値計算結果から, 次のようなことが言える。

- (1) タイヤ接地面の中心部であるA点における  $\tau_{\max}$  および  $\sigma$  が最も大きい値を示す。
- (2) C点における  $\tau_{\max}$  および  $\sigma$  は, A点の値より少し小さい値であるが, A点の応力に近い値となった。特に  $\sigma$  の値が大きい。
- (3) 複輪タイヤ接地面の中心部であるO点は, D点と同程度の応力値を示すが,  $z=0\sim10\text{ cm}$  の深さでは, O点はD点より小さい応力となる。 $\tau_{\max}$  は,  $z=14\sim20\text{ cm}$  ではD点よりも大きい応力値となる。
- (4) B点の応力値は, A点とO点の中間的数値を示した。
- (5)  $z=50\text{ cm}$  より深い位置の  $\tau_{\max}$  および  $\sigma$  は, A, B, C, D および O 点などの位置にかかわらず, ほぼ同じ数値になる。即ち深さ  $z=50\text{ cm}$  以上の場合, 集中荷重を対象とするブーシネスクの式を用いて計

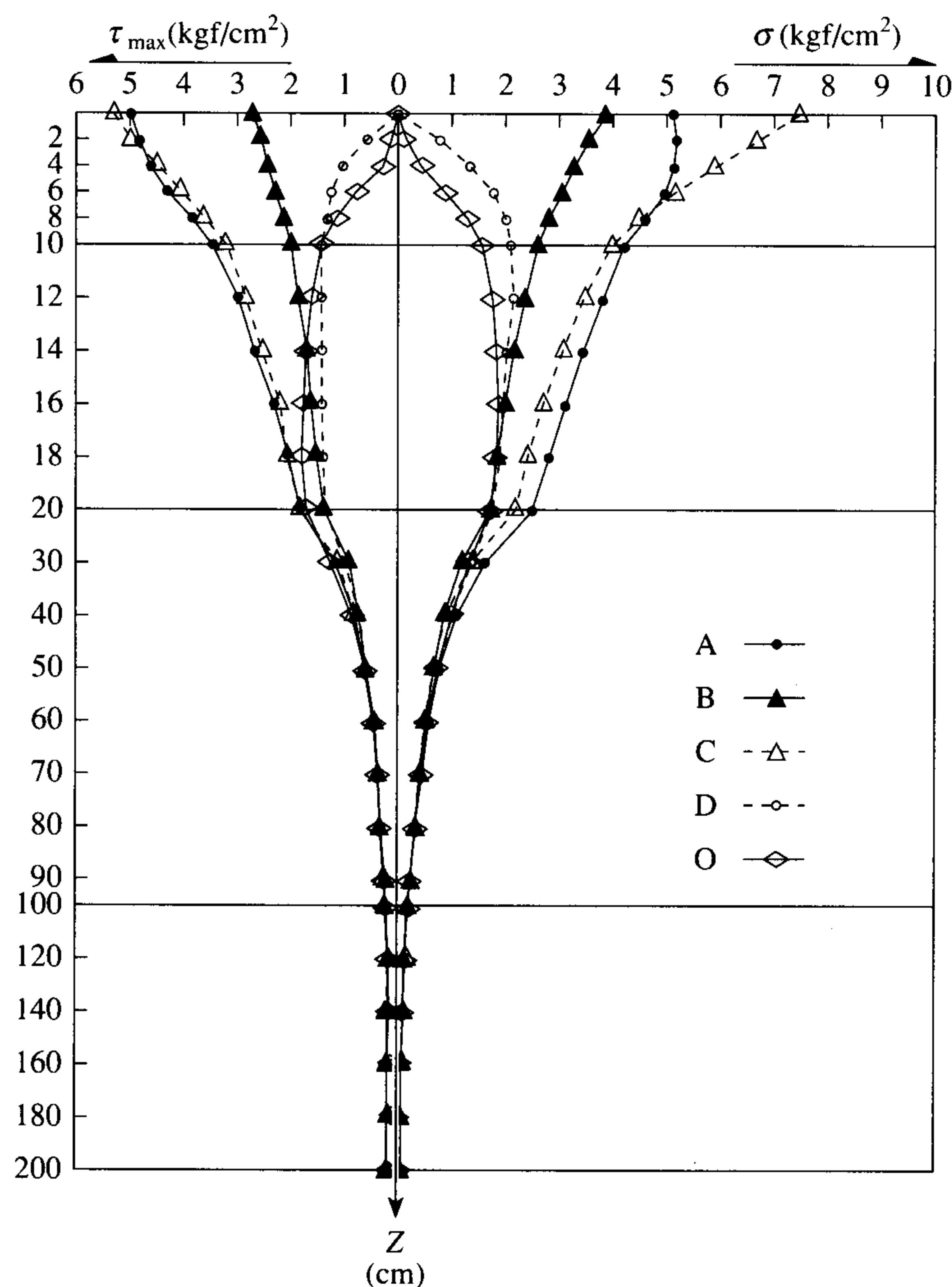


図4 複輪タイヤ接地圧 (10 kgf/cm<sup>2</sup>) 下の舗装体内最大せん断応力-圧縮応力図

算しても、結果的に大差はないと推定される。

また、表1～表5に示す  $\sigma_z$ ,  $\sigma_r$  および  $\tau_z$  の計算結果から、次のようなことが分る。

(6)  $\sigma_z$  の最大はA点で、 $z=0$  cm のとき  $\sigma_z=10$  kgf/cm<sup>2</sup> となる。

(7)  $\sigma_r$  と  $\tau_z$  の最大の値を示す位置はC点で、 $z=0$  cm のとき  $\sigma_r=9.70$  kgf/cm<sup>2</sup>,  $\tau_z=4.85$  kgf/cm<sup>2</sup> となる。

なお、理論式より求めた  $\sigma$  を用いて、路体構成材料の  $z$  軸深さのせん断応力  $\tau$  が計算できるので、使用する路盤や路床の材料について、あらかじめせん断特性を実験で求めておくことにより、 $z$  軸深さにおける材料の適否を判定することが出来る。

## 11. あとがき

アスファルト舗装体内部の応力は、弾性理論ではブーシネスクの式を用いて、円形等分布荷重として計算されている文献や図書が多い。その接地円の半径  $a$  (cm) は、輪荷重  $P$  (t) のとき、 $a=12+P$  で示され<sup>6)</sup>るが、ま

たは接地面積と同面積の円の半径  $a$  を用いて計算される。

円形等分布荷重のとき  $\tau_{\max}$  は、 $p$  を接地圧、ポアソン比を0.5として、 $\tau_{\max} \doteq 0.289 p$  で示され、 $\tau_{\max}$  の生ずる  $z$  の深さは  $z \doteq 0.707 a$  である<sup>7)</sup>。  $z=50$  cm 以上の深さになると、長方形複輪接地のときの  $\tau_{\max}$  および  $\sigma$  は大体、円形等分布荷重と同じ応力となる。

アスファルト舗装体の解析理論に弾性理論を用いることについて、適・不適を論説している文献<sup>9)</sup>もあるが、本文は、本学の土木工学科、道路工学の卒業論文の研究課題として取り上げたものであり、微積分や電算の演習に適当な教材として用いている。本理論式を基本として、路盤材料や路床土のせん断特性に関する多くの実験をし、現行のアスファルト舗装設計法と比較検討をしている。

**謝辞** 本研究をまとめるに当たり、土木工学科構造研究室 菊田征勇教授、数学研究室 関口勝右助教授のご援助を得ました。謝意を表します。また横応力  $\sigma_r$  の計算は、平成3年度まで近似解を用いていたが、平成4年度卒業生佐藤太紀君の重積分の正解を本文に挙げた。同君に対して賞詞を述べるとともに、卒業研究に従事した諸君を紹介します。

昭和59年度 渋谷 武、赤木 博滋、昆 康文  
平成2年度 井口 正彦、鴨井栄一郎、飯浜 武彦  
平成3年度 佐藤 彰一、丸山 武美、美斉津 邦之  
平成4年度 佐藤 太紀、高尾 邦彦、小池 貴仁  
平成5年度 武藤 和志、後藤 大、西岡 誠

(原稿受付 平成5年9月22日)

## 参考文献

- 1) 大崎順彦：建築構造講座，基礎構造，コロナ社，pp. 167～170
- 2) 木村孟：土の応力伝播，鹿島出版会，pp. 30～31，p. 27
- 3) 数学公式I，岩波書店，p. 150
- 4) ピアース・フォスター：簡約積分法，ブレイン図書出版，p. 72
- 5) 斎藤総一郎：アスファルト舗装道路の輪荷重による路面の沈下に関する研究，国士館大学工学部紀要，第26号，pp. 13～15，1993年3月
- 6) 松野，山下：舗装技術の質疑応答，第1巻，建設図書，p. 21
- 7) 内田一郎：道路舗装の設計法，森北出版社，p. 9
- 8) 姫野，井上：FWDによる舗装の診断，日本アスファルト協会，アスファルト175号，pp. 13～14，平成5年4月